

## INTEGRAL DOBLE. TEOREMA DE FUBINI, ORDEN DE INTEGRACIÓN

En los ejercicios 1-4, describe la región del plano limitada por las curvas indicadas.

1.  $y = -x, y = 2 - x^2$ .
2.  $y = 0, y = x - 2, y = \sqrt{x}$
3.  $x^2 - y = 0, x + y - 2 = 0$
4.  $y = \arccos x, x = 0, y = 1$ .
5. Determina el volumen del sólido limitado por las superficies:  $\{x^2 + y^2 = 16, x^2 + z^2 = 16\}$ .
6. Calcula  $\iint_R (x^2 + y^2) dA$ , donde  $R = \{(x, y) : 1 \leq y \leq x^2, 1 \leq x \leq 2\}$ .
7. Dada  $\int_0^3 \int_1^{\sqrt{4-y}} (x+y) dx dy$ . Calcula el valor de la integral.
8. Intercambia del orden de integración para calcular  $\int_0^2 \int_{y^2}^4 y \cos(x^2) dx dy$ .
9. Encuentra  $\iint_R e^{y/x} dx dy$ , si  $R$  está limitada por las rectas  $y = x, y = 0, x = 1$ .
10. Encuentra el valor de  $\int_0^1 \left\{ \int_0^1 \frac{x-y}{(x+y)^3} dy \right\} dx$ .
11. Determina  $\int_1^e \int_0^{\ln(x)} y dy dx$ .
12. Invierte los límites de integración en la siguiente integral  $\int_0^5 \int_0^{e^{5x}} f(x, y) dy dx$ .
13. Encuentra por integración doble el volumen del tetraedro limitado por y los planos coordenados (supón que  $a, b$  y  $c$  son positivos).
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$
14. Encuentra el volumen de la región limitada por  $z = x^2 + y^2, z = 0, x = -a, x = a, y = -a, y = a$ .
15.  $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy$ .

16. Determina el volumen del sólido encerrado por el elipsoide con ecuación:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

### RESPUESTAS

1.  $\mathfrak{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x \leq y \leq 2 - x^2, -1 \leq x \leq 2\}$

2.  $\mathfrak{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \leq x \leq y + 2, 0 \leq y \leq 2\}$

3.  $\mathfrak{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{y} \leq x \leq 2 - y, 0 \leq y \leq 1\}$

4.  $\mathfrak{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \arccos x \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 0\}$

5.  $V = \frac{1024}{3}$

6.  $I = 1006/105$

7.  $I = 241/60$

8.  $I = \text{sen}(16)/4$

9.  $I = (e - 1)/2$

10.  $I = \frac{1}{2}$

11.  $I = (e - 2)/2$

12.  $\int_0^1 \int_0^5 f(x, y) dx dy + \int_1^{e^{25}} \int_{\ln(y)/5}^5 f(x, y) dx dy$

13.  $V = \frac{abc}{6}$

14.  $V = 8a^4 / 3$

15.  $I = \frac{1}{6}(e^9 - 1)$

16.  $V = \frac{4\pi}{3} abc$