TAREA. Cambio de variable en integrales dobles.

1. **(Difícil si no se cubre el perfil de Lord Kelvin)** Calcula, usando coordenadas polares $\int_0^{\infty} e^{-x^2}\,dx$.

"Un matemático es aquel para quien esta integral es tan simple como el que para usted y para mí 1+1=2. Liouville es un matemático" (Lord Kelvin)

Calcula, usando coordenadas polares, las siguientes integrales.

2. $\iint_R sen(x^2+y^2)\,dA$, donde R es un círculo centrado en el origen de radio.

3. $\int_{-1}^{0}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) dydx$.

4. Un cono de helado puede moldearse por la región limitada por el hemisferio $z=\sqrt{8-x^2-y^2}$ y el cono $z=\sqrt{x^2+y^2}$. Encuentra su volumen.

5. Un disco de 5 *cm* de radio tiene densidad de 10 g/cm^2 en su centro, 0 en su borde, y su densidad es una función lineal de la distancia desde el centro. Encuentra la masa del disco.

6. Encuentra el volumen del sólido limitado por $z = 0$, $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$ & $(x-1)^2+y^2=1$.

7. Calcula el área encerrada por la lemniscata cuya ecuación está dada por $(x^2+y^2)^2 = 2xy$.

8. Calcula el volumen del sólido del primer octante limitado por el cono $z = r$, y el cilindro $r = 3sen\theta$.

9. Calcula el volumen del sólido limitado por el paraboloide $z = 4 - r^2$, el cilindro $r = 1$ y el plano polar.

10. Construye la región cuya área se expresa por la siguiente integral, después calcula su área:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2+2Cos(\theta)} r\,dr\,d\theta$$

11. Calcula por medio de doble integral el área de la región limitada por una hoja de la rosa $r = sen3\theta$.

12. Calcula $\iint_R e^{(y-x)/(y+x)}\,dxdy$, en la que R es el triángulo determinado por la recta $x + y = 2$ y los dos ejes coordenados x, y. (Sugerencia: Haz el cambio: $s = y - x$, $t = y + x$)

13. Utiliza una transformación conveniente para calcular la integral doble $\iint_R (x-y)^2 sen^2(x+y)\,dA$, donde R es el rectángulo con vértices $(\pi,0)$, $(2\pi, \pi)$, $(\pi,2\pi)$ & $(0,\pi)$.

14. Calcula la integral $\iint_R xdA$, donde R es el rectángulo cuyos vértices son $(0,-2)$, $(1,-3)$, $(3,-1)$ & $(2,0)$. Se sugiere utilizar el cambio de variable $u = x + y; v = -x + y$.

15. Calcula $\iint_R \ cos\left(\frac{x-y}{x+y}\right) dA$, donde R es la región trapezoidal con vértices $(1{,}0), (2{,}0), (0{,}1)$ & $(0{,}2)$.

RESPUESTAS:

1. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$
2. $\pi[1-\cos(25)]$
3. 0
4. $\frac{16\sqrt{8}\pi}{3}\left[1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
5. $\frac{250\pi}{3} gramos$
6. $V = \frac{8}{9}(3\pi - 4)$
7. $A = 1$
8. $V = 6$
9. $A = 6\pi$
10. $A = \frac{\pi}{12}$
11. $V = \frac{7\pi}{2}$
12. $I = 2 senh 1$
13. $I = \frac{\pi^4}{3}$
14. $I = 6$
15. $I = \frac{3}{2}\ sen1 \approx 1.2622$