

TAREA 1: Funciones de Varias Variables/ Programación Lineal

En los ejercicios 1-4, dibuja la región factible, después determina el máximo de cada función lineal de varias variables.

- $u(x, y) = 20x + 30y$
Sujeta a las condiciones $6x + 4y \leq 120; 3x + 10y \leq 180; x, y \geq 0$.
- $u(x, y) = 5x + 6y$
Sujeta a las condiciones $4x + 3y \leq 335; 2x + 8y \leq 486; x, y \geq 0$.
- $u(x_1, x_2) = 2x_1 + 9x_2$
Sujeta a las condiciones $3x_1 + 4x_2 \leq 137, 4x_1 + 5x_2 \leq 176, x_1, x_2 \geq 0$.
- Un almacén encarga a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 m² de tejido de algodón y 1000 m² de tejido de poliéster. Cada pantalón precisa de 1 m² de algodón y 2 m² de poliéster. Para cada chaqueta se necesitan 1.5 m² de algodón y 1 m² de poliéster. El precio de venta del pantalón se fija en 50 € y el de la chaqueta en 40 €. ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a este almacén para obtener una venta máxima?
- Una compañía fabrica y vende dos modelos de lámpara L₁ y L₂. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L₁ y de 30 minutos para el modelo L₂, y un trabajo de máquina para L₁ de 20 minutos y de 10 minutos para L₂. Se dispone para el trabajo manual de 100 horas al mes y para la máquina de 80 horas al mes. Sabiendo que el beneficio es de 300 y 200 pesos para L₁ y L₂, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.
- Una empresa de transportes tiene dos tipos de camiones, los del tipo A con un espacio de refrigeración de 20 m³ y un espacio no refrigerado de 40 m³, y los del tipo B, con igual capacidad total, al 50 % de espacio refrigerado y no refrigerado. A esta empresa la contratan para el transporte de 3000 m³ de producto que necesita refrigeración y 4000 m³ de otro que no la necesita. El costo por kilómetro de un camión del tipo A es de 30 dólares y el B de 40 dólares. ¿Cuántos camiones de cada tipo ha de utilizar la empresa para que el costo total sea mínimo?
- Disponemos de 210,000 unidades monetarias (pesos, dólares, euros, etc.) para invertir. Nos recomiendan dos tipos de inversión. La inversión tipo A, que rinde el 10% y la tipo B que rinde el 8%. Decidimos invertir un máximo de 130,000 unidades monetarias en tipo A y como mínimo 60,000 en la tipo B. Además queremos que la inversión en el tipo A sea menor que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?

8. En una pastelería se hacen dos tipos de tartas: Vienesa y Real. Cada tarta Vienesa necesita un cuarto de relleno por cada kg de masa y produce un beneficio de 250 pesos, mientras que una tarta Real necesita medio kg de relleno por cada kg de masa y produce 400 pesos de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 kg de masa y 50 kg de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer más de 125 tartas de cada tipo. ¿Cuántas tartas Vienesas y cuántas Reales deben vender al día para que el beneficio sea máximo?

9. Una escuela europea prepara una excursión para 400 alumnos. La empresa de transporte tiene 8 autobuses de 40 plazas y 10 autobuses de 50 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autobús grande cuesta 80 euros y el de uno pequeño, 60 euros. Calcular cuántos de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

10. Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de demanda, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. La ganancia de la empresa por jornada diaria es de 250 pesos por electricista y 200 pesos por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener la máxima ganancia y a cuánto asciende ésta?

11. Para recorrer un determinado trayecto, una compañía aérea desea ofertar 5000 plazas de dos tipos: turista (T) y primera (P). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo T es de 30 dólares, mientras que la ganancia del tipo P es de 40 dólares. El número de plazas tipo T no puede exceder de 4500 y el del tipo P, debe ser, como máximo, la tercera parte de las del tipo T que se oferten. Calcular cuántas plazas tienen que ofertarse de cada clase para que la ganancia sea máxima.

Respuestas:

1. Máximo $u(10,15) = 650$.
2. Máximo $u(47,49) = 529$.
3. Máximo $u(0, 34.25) = 308.25$
4. La solución óptima se obtiene al fabricar 375 pantalones y 250 chaquetas para lograr un beneficio de 28,750 €.
5. La solución óptima se obtiene al fabricar 210 del modelo L_1 y 60 del modelo L_2 . De esta forma se obtiene una utilidad de 75,000 pesos.
6. El costo mínimo es de 4180 dólares para $A = 50$ y $B = 67$.

7. Invertir 130,000 unidades monetarias en el tipo A y 80, 000 en la tipo B. El máximo interés anual asciende de esta forma a 19, 400 unidades monetarias.
8. Se deben hacer 100 tartas Vienesas y 50 tartas Reales. Con esto el beneficio máximo asciende a 45,000 pesos.
9. Necesitamos 5 autobuses de 40 plazas y 4 autobuses de 50 plazas. De esta forma el costo mínimo es de 620 euros.
10. 20 electricistas y 20 mecánicos dan una ganancia máxima que asciende a 9000 pesos.
11. El número de plazas de tipo turista debe ser de 3750 y de primera clase 1250. Con esto la ganancia máxima ascenderá a 162, 500 dólares para este trayecto.