

TAREA 2. La función de Cobb-Douglas

- Para la función $u(x, y) = 2.4 x^{0.4} y^{0.6}$, determina lo siguiente:
 - El cambio porcentual de la función de utilidad si el factor de producción x disminuye un 20% y el factor y aumenta un 10%.
 - El cambio porcentual de la función de utilidad si el factor de producción x se duplica y el factor y se triplica.
 - Calcula el cambio que debe experimentar el factor x a fin de mantener el valor de la función de utilidad bajo una modificación del factor y cuando éste baja un 15%.
- Considera la función dada por $u(x, y) = 5.2 x^{0.7} y^{0.3}$. Determina:
 - La forma log-lineal de la función. Introduce la notación:

$$X = \ln x, Y = \ln y, L(X, Y) = \ln u(x, y)$$
 - La expresión correspondiente a $u(t x, t y)$, en términos de $u(x, y)$ & t .
- Con la misma notación del problema 2, dada la siguiente forma log-lineal, determina la función Cobb-Douglas correspondiente a:

$$L(X, Y) = 0.2 + 0.8X + 0.2Y$$

- (Este problema requiere Mathematica).** Para la siguiente tabla de valores:
 - Ajusta la forma log-lineal de una cierta función de Cobb-Douglas (a todos los datos se les ha aplicado previamente \ln , no es necesario aplicarlo nuevamente).
 - A partir del inciso a), determina la función de Cobb-Douglas correspondiente

$X \backslash Y$	- 0.5	- 1.0	- 2.1	- 3.2
0.7	1.2	0.825	0	-0.825
1.0	1.275	0.9	0.075	-0.75
1.8	1.475	1.1	0.275	-0.55

- (Este problema requiere Mathematica).** Una empresa dispone de 40 mil pesos al mes para promocionar cierto producto. Si " x ", " y ", representan sus gastos de promoción vía radio e internet, respectivamente, determina:

x	y	u	x	y	u
8	32	101.85	22	18	174
10	30	116.79	24	16	178.51
12	28	129.97	26	14	181.38
14	26	141.6	28	12	182.41
16	24	151.78	30	10	181.24
18	22	160.58	32	8	177.34
20	20	168	34	6	169.73

- a) Un ajuste log-lineal de la tabla de valores (se debe aplicar logaritmo en todos los valores previamente).
- b) Calcula la función de Cobb-Douglas asociada a la tabla de valores.
- c) ¿Qué medio tiene mayor impacto en las ventas?, ¿radio o internet?, ¿es posible determinar un criterio antes de obtener la función?
- d) ¿Qué observas del comportamiento numérico en la tabla de valores de las ventas?
- e) Calcula la variación porcentual en el nivel de ventas si se toma la decisión de aumentar las cantidades invertidas en promoción, vía radio en un 25% y vía internet en un 10%; compara el impacto en las ventas si estas cantidades se invierten entre sí.
- f) Si se modifica la promoción por internet, disminuyendo la cantidad invertida en un 10%, ¿cómo debe variarse la cantidad de promoción por radio para mantener el nivel de ventas del producto?

RESPUESTAS

1. a) -3.156% ; b) 155.085% ; c) x debe aumentar el 27.6% .
2. a) $L(X, Y) = 1.6486 + 0.7X + 0.3Y$
b) $u(tx, ty) = t u(x, y)$
3. $u(x, y) = 1.2214 x^{0.8} y^{0.2}$
4. a) $L(X, Y) = 1.4 + 0.25X + 0.75Y$; b) $u(x, y) = 4.0552 x^{0.25} y^{0.75}$
5. a) $L(X, Y) = 2.128 + 0.7X + 0.3Y$
b) $u(x, y) = 8.4 * x^{0.7} * y^{0.3}$
c) La radio tiene mayor impacto en las ventas lo que se evidencia porque " x " tiene un exponente mayor que el que afecta a la variable " y ". Este fenómeno puede observarse directamente en la tabla de valores.
d) Hay una combinación interesante que permite intuir un máximo de la función con la combinación $x = 28$; $y = 12$.
e) En ambos casos el nivel de ventas aumenta. En el primero, lo hace un 20.3% , en el segundo lo hace un 14.3% . Se observa que para el caso de los resultados de esta tabla, el mercado es más sensible a la promoción por radio que a la que se hace vía internet.
f) Para compensar la disminución, la cantidad invertida en promoción por radio debería aumentarse en un 4.62% .