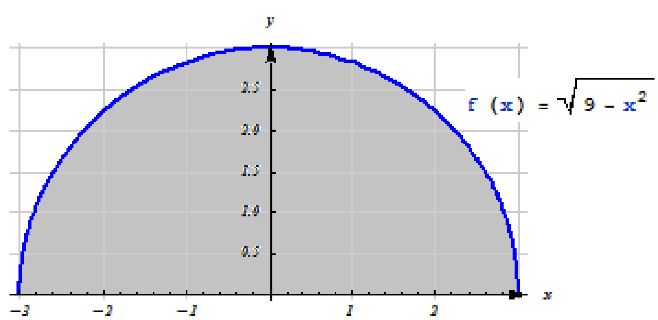
TAREA. Geometría de las superficies cuádricas, cilindros y planos en coordenadas cartesianas.

I. En cada ejercicio 1-6, determina: el nombre de la superficie, dominio (si tiene procedencia funcional), imagen y gráfica. Si corresponde haz una descripción del mapa de contorno asociado a cada superficie.

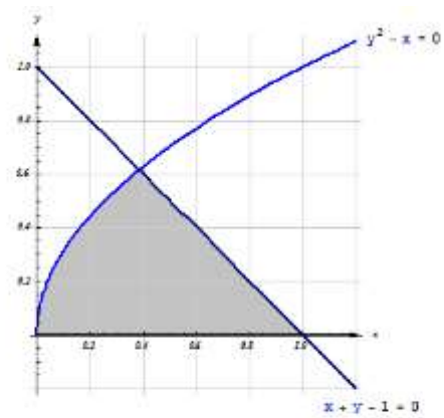
1. $z = x^2 + 2\,y^2$
2. $f(x,y) = 1 + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$
3. $z = 2 + \sqrt{x^2 + y^2}$
4. $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
5. $x^{\,2} + y^{\,2} = 4$
6. $z = 4 - x^2$
7. $-2\,x^2 - y^2 + z^2 = 1$

II. Elabora una descripción de cada región bidimensional que se te presenta en las siguientes figuras.

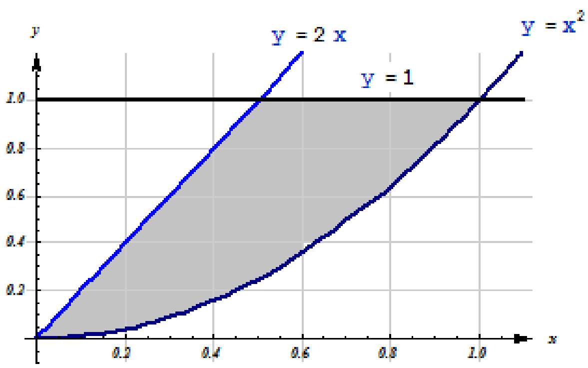
8.



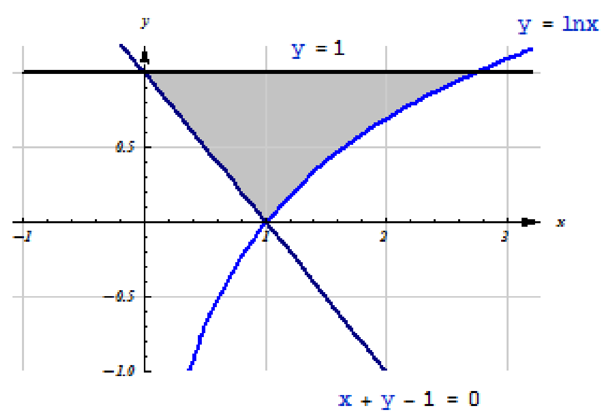
9.



10.



11.

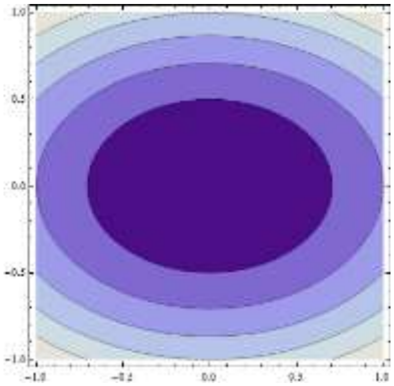


RESPUESTAS:

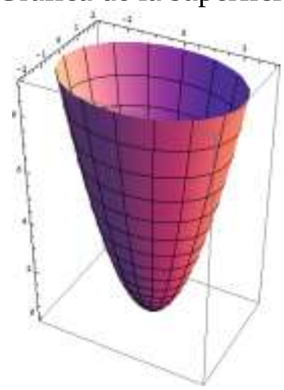
I. Superficies:

1. Paraboloide elíptico. $D_f = \mathbb{R}^2, I_f = [0, +\infty)$.

Curvas de nivel

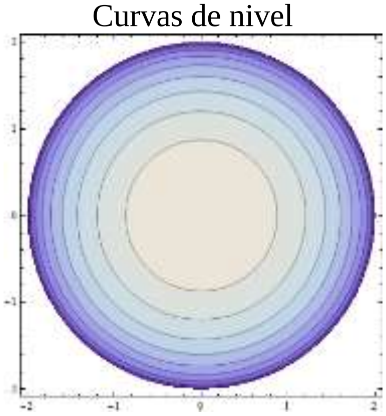


Gráfica de la superficie

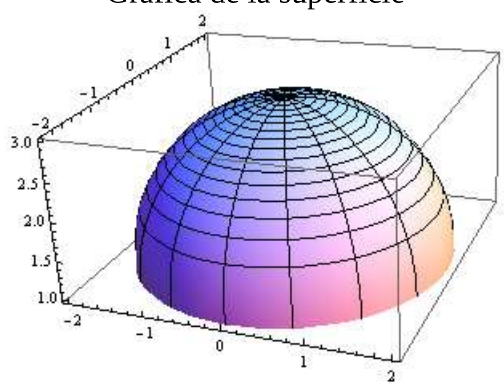


2. Hemisferio norte de la semiesfera con centro $(0,0,1)$. $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$. La imagen de la función es $I_f = [1,3]$.

Curvas de nivel

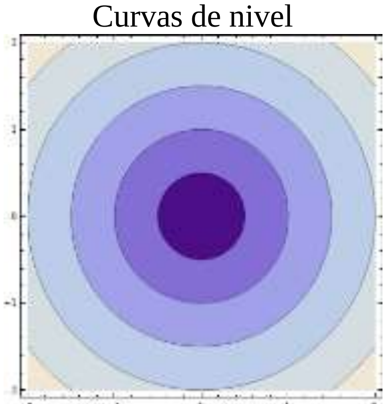


Gráfica de la superficie

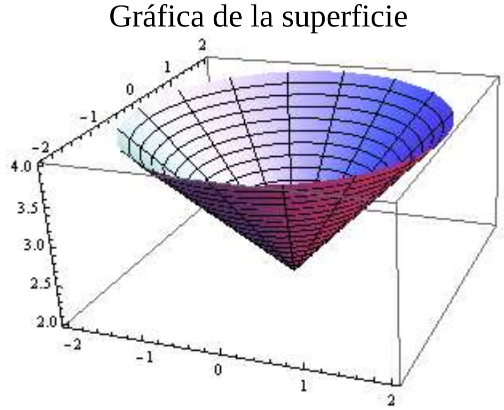


3. Cono dirigido a "z" positivo con vértice en $(0,0,2)$. $D_f = \mathbb{R}^2, I_f = [2, +\infty)$.

Curvas de nivel

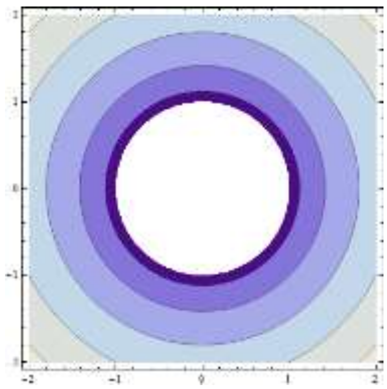


Gráfica de la superficie

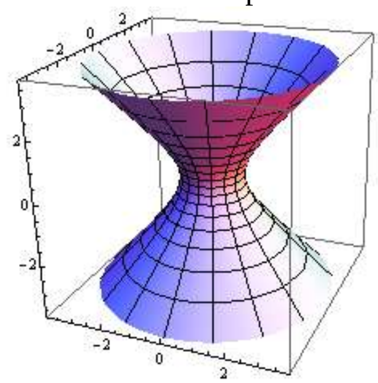


4. Paraboloide de un manto. Esta superficie no proviene de una función. Se extiende indefinidamente a lo largo de $D_f = \mathbb{R}^2$, y a lo largo del eje "z" cubre todos los reales.

Curvas de nivel



Gráfica de la superficie

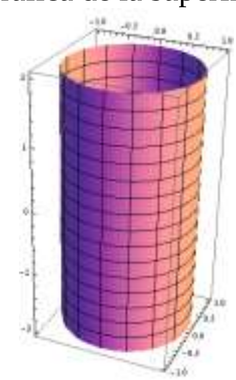


5. Cilindro circular extendido a lo largo de la variable libre "z". Esta superficie no proviene de una función. Se extiende únicamente sobre (o bajo) la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$. Su extensión a lo largo del eje "z" cubre todos los reales.

Curvas de nivel

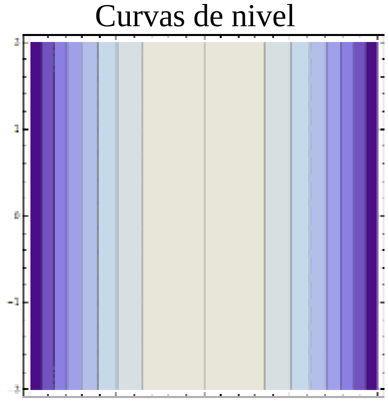
Todo el mapa de contorno se reduce a la circunferencia con centro en el origen y radio igual a 1.

Gráfica de la superficie

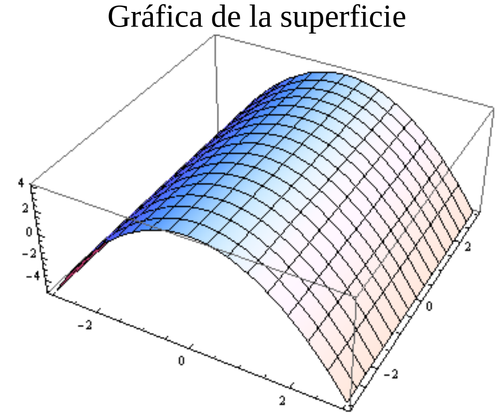


6. Cilindro parabólico. Esta superficie proviene de una relación funcional con dominio $D_f = \mathbb{R}^2$ e imagen $I_f = (-\infty, 4]$.

Curvas de nivel

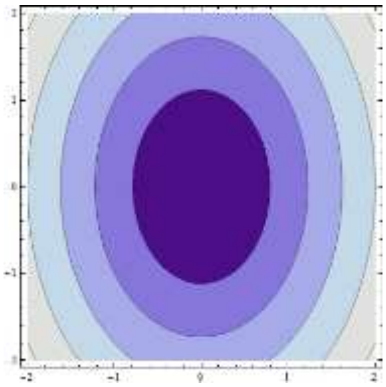


Gráfica de la superficie

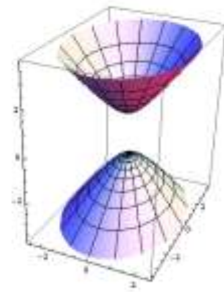


7. Hiperboloide de dos mantos. La superficie no proviene de una función; sin embargo, se extiende a lo largo de todo $\mathbb{R}^2$, y en relación al eje "z" se extiende tanto como $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$.

Curvas de nivel



Gráfica de la superficie



II. Regiones

En los ejercicios 8-11, nos referimos a la zona sombreada como región $\mathfrak{R}$.

8. $\mathfrak{R} = \left\{(x, y)\varepsilon\mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{9 - x^2}, -3 \leq x \leq 3\right\}$.

9. $\mathfrak{R} = \left\{(x, y)\varepsilon\mathbb{R}^2 : y^2 \leq x \leq 1 - y, 0 \leq y \leq \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right\}$.

10. $\mathfrak{R} = \left\{(x, y)\varepsilon\mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 2x, 0 \leq x \leq \frac{1}{2}\right\} \cup \left\{(x, y)\varepsilon\mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1, \frac{1}{2} \leq x \leq 1\right\}$.

11. $\mathfrak{R} = \{(x, y)\varepsilon\mathbb{R}^2 : 1 - y \leq x \leq e^{y}, 0 \leq y \leq 1\}$