USOS POTENCIALES DEL PLANO TANGENTE Y LA DIFERENCIAL TOTAL

I. Acercamiento a una función vía la linealidad local

La función resultante del plano tangente es un medio de aproximación local, tanto más efectiva cuanto más cerca se esté del punto de contacto o información local de una función. En esta primera parte de la actividad harás una valoración de la afirmación anterior. Cabe señalar que existe posibilidad de mejorar este tipo de aproximaciones, y lo haremos por medio de la teoría de Taylor.

1. Considera la función $f(x,y) = x^2 + y^3$. El punto $(1,1,2)$ pertenece a su gráfica.
   a) Determina la ecuación del plano tangente a la superficie en el punto indicado.
   b) Despeja el valor de z de esta ecuación y usa la notación $z = L(x,y)$. Nos referiremos a L como **linealización local** de la función o simplemente **linealización** de la función. Usa las funciones f & L y calcula con ambas el valor de $f(0.6,1.3)$. ¿Qué observas?

La ventaja que ofrece el concepto de linealización estriba en el hecho de que permite obtener el valor de una función sin la necesidad de ajustarla (lo que habitualmente obliga al conocimiento de un modelo teórico que permita el ajuste), por ejemplo, de una tabla de valores asociada a ésta.

2. Considera la siguiente tabla de valores de una cierta función f (ni siquiera se ofrece el contexto de su procedencia).

x \y	0.9	1.2	1.7
1.9	**4.34**	**4.61**	**4.94**
2.0	**4.73**	**5.0**	**5.33**
2.3	**5.14**	**5.41**	**5.74**

   a) Determina la linealización de la función en el punto $(2,1.2)$.
   b) A partir de ella, aproxima el valor de $f(1.8,1)$. Observa que este valor no aparece en la tabla.

II. APROXIMACIÓN NUMÉRICA AL VALOR DE UNA FUNCIÓN

3. Es posible que la función $z = f(x,y)$ quede expresada de forma implícita dentro de una ecuación, por ejemplo, en $sen\, x\, z - 4cos\, y\, z = 4$. Se puede verificar que $(\pi,\pi,1)$ pertenece a la superficie generada por esta ecuación. Ahora supongamos que requerimos determinar el valor de la variable z cuando $x = 2.7, y = 3.4$. Intentarlo directamente implicaría resolver la ecuación $sen\,(2.7\, z) - 4\, cos\,(3.4\, z) = 4$, una tarea que podría significar en algunos casos todo un reto. La determinación de la linealización de la función puede ofrecer una buena idea de solución.

a) Determina la linealización de la función que define la ecuación del apartado anterior.
b) Obtén la aproximación de z cuando $x = 2.7, y = 3.4$.

III. CÁLCULO DE ERRORES

4. Mediante una **regla escolar**, determina el radio y la altura de un cono de papel de los que utilizamos para tomar agua. Calcula el volumen de agua que puede contener uno de estos conos usando las mediciones que realizaste. Acompaña tu cálculo con el error esperado en la medición. Para esto, debes clarificar el tipo de unidades que deseas emplear y determinar la precisión de tu instrumento de medición.

   Ahora piensa en otra forma para calcular el volumen de agua (potable) que puede contener el cono y compara este valor con el resultado anterior. Escribe todos tus cálculos, todas tus observaciones.